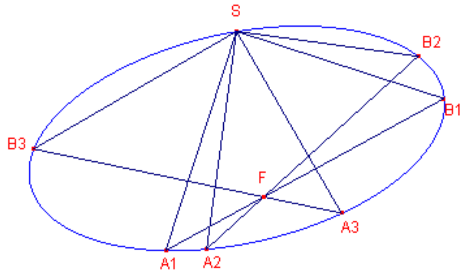
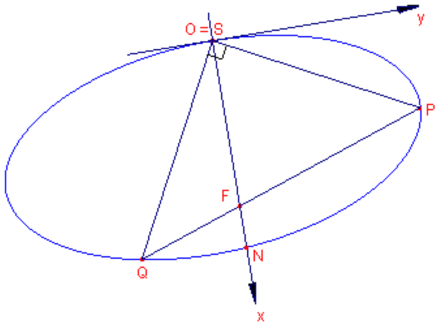
Stelling van Frégier
De koorden van een kegelsnede die vanuit een vast punt S van die kegelsnede onder een rechte hoek worden gezien, gaan door één punt F.



Het punt F heet het **Frégier-punt** van het punt S tov. de kegelsnede.

We bewijzen bovenstaande stelling "analytisch".
We kiezen een rechthoekig assenstel met oorsprong $O = S$ waarbij de x-as en de y-as opvolgend normaal en raaklijn zijn in S aan de kegelsnede.



Een vergelijking van de kegelsnede waarvan de y-as (met vergelijking $x = 0$) raaklijn is in O, heeft de vorm:

(1) $ax^2 + bxy + cy^2 + x = 0$

Zij nu N het (het van O verschillende) snijpunt van de positieve x-as en de kegelsnede.

Voor N hebben we dan: $ax + 1 = 0$; $x = \frac{-1}{a}$. a is dus negatief.

Zij nu OPQ een willekeurige in de kegelsnede ingeschreven en in O rechthoekige driehoek.
Zijn $y = px$ en $y = qx$ (met $pq = -1$, vanwege de loodrechte stand) opvolgend vergelijkingen van de lijnen OP en OQ. Voor de coördinaten van de punten op de lijnen OP en OQ geldt dan:

(2) $(y - px)(y - qx) = 0$

Uitwerking daarvan geeft:

(3) $y^2 = (p + q)xy + x^2$

Voor de punten P en Q is tegelijk aan voorwaarde (1) en aan voorwaarde (3) voldaan, dus ook aan een combinatie van beide waarin y^2 niet voorkomt (met gelijktijdige substitutie van $p + q = r$):

$$ax^2 + bxy + c(rxy + x^2) + x = 0$$

$$(a + c)x^2 + (b + cr)xy + x = 0$$

We zijn niet geïnteresseerd in het punt O met $x = 0$. We vinden dan:

(4) $(a + c)x + (b + cr)y + 1 = 0$

Vergelijking (4) is een vergelijking van een rechte lijn. Aan deze vergelijking voldoen de coördinaten van de punten P en Q.
Vergelijking (4) is dus een vergelijking van de lijn PQ - de schuine zijde van driehoek OPQ.
De x-as snijdt deze zijde in het punt F. Voor de x-coördinaat van het punt F vinden we dan:

$$(a + c)x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1}{a + c}$$

Waarmee is aangetoond, dat het punt F een vast punt is bij elk gegeven punt S.