

Werkblad Cabri® Jr. Vermenigvuldigen van figuren

Doel

Het onderzoeken van de vermenigvuldigingsafbeelding (homothetie) en het bekijken van de relaties tussen het origineel en het beeld van een meetkundige figuur.

De vragen vooraf gegaan door dienen door de leerling schriftelijk te worden beantwoord.

Getalbalk

Opdracht 1

Teken op papier een lijn met daarop een punt A (teken de lijn langs je geodriehoek).

Teken *rechts* van het punt A , op een afstand van 5 cm een punt M .

Teken weer *rechts* van het punt M een punt P .

Meet nu de lengte van AP en de lengte van AM (beide in millimeters).

We geven de lengte van een lijnstuk XY in het vervolg aan met $|XY|$.

Bereken vervolgens het getal $m = |AP| - |AM|$.

Als het punt P samenvalt met het punt M , hoe groot is m dan?

Als het punt P samenvalt met A , hoe groot is m dan?

Een andere leerling in jouw klas heeft precies dezelfde figuur gemaakt.

Krijgt hij dezelfde antwoorden als jij op de laatste twee vragen? Licht het antwoord op deze vraag zo kort mogelijk toe.

Opdracht 2

Teken (weer op papier) een lijnstuk AB met een lengte van 10 cm (gebruik je geodriehoek!).

Kies nu ergens links van het midden van dat lijnstuk een punt P .

Meet de lengte van AP (in millimeters).

Bereken nu het getal $k = \frac{|AP|}{|AB|}$.

Als je P een andere plaats geeft op het lijnstuk AB , verandert natuurlijk de waarde van k .

Wat is de kleinste waarde van k ?

Wat is de grootste waarde van k ?

Hoe groot is k als het punt P precies in het midden van het lijnstuk AB ligt?

We bekijken nu de relatie $f = 10k - 5$.

Deze relatie kan je met je GR onderzoeken als je $Y_1 = 10X - 5$ in het menu plaatst.

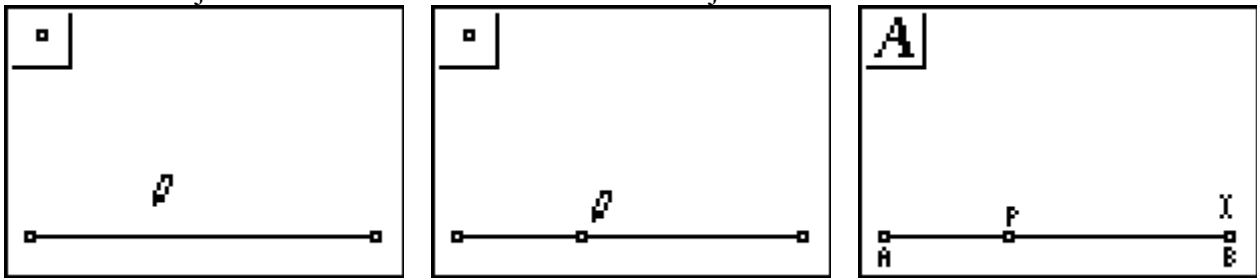
Druk dan op [TABLE]. Pas zonodig de waarden van **TblStart** en **ΔTbl** aan via [TBLSET].

Wat is in dit geval de grootste waarde van f ? En wat is de kleinste waarde?

We kunnen de situatie van Opdracht 2 ook met Cabri® Jr. weergeven. Voer daartoe de volgende opdracht uit.

Opdracht 3

Teken bijna helemaal onderaan het scherm een lijnstuk AB .



Druk daartoe op **WINDOW** (F2 menu) en kies de functie Segment (lijnstuk). Ga naar de gewenste positie links onder in het scherm en druk op **ENTER**. Ga dan naar rechtsonder voor de gewenste positie van het eindpunt en druk weer op **ENTER**.

Teken dan het punt P met de functie Point (in het F2 menu) op het lijnstuk.

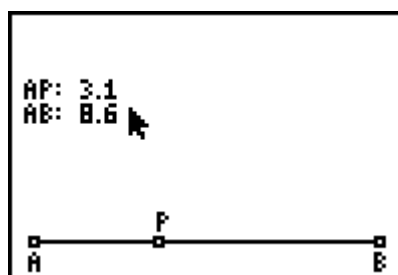
Geef dan de drie punten een naam. Kies in het F5 menu de functie Alph-Num en plaats bij de punten de namen A , P , B (van links naar rechts).

We gaan nu $|AP|$ en $|AB|$ meten. Dat doe je met de functie D.&Length in het Meten-menu (die functie is te vinden via F5 | Measure).

Selecteer dan voor $|AP|$ eerst het punt A en vervolgens het punt P (of omgekeerd). Verplaats de gevonden waarde naar linksboven in het scherm en druk op **ENTER**.

Voor $|AB|$ kunnen we met dezelfde functie de lengte van het getekende lijnstuk meten.

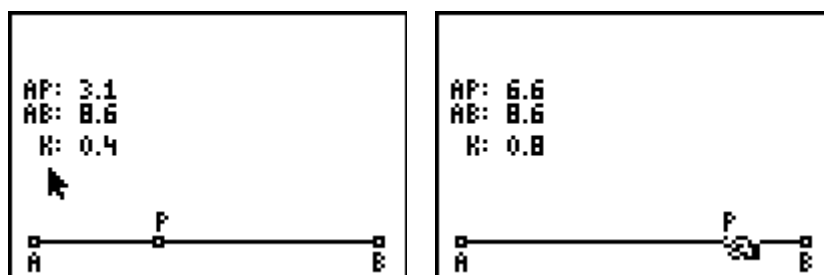
Selecteer dat lijnstuk en druk dan op **ENTER**. Zet dit getal onder het reeds op het scherm staande getal.



Voor de duidelijkheid kan je eventueel bij die getallen commentaar (een toelichting) plaatsen (met Alph-Num in het F5 menu).

En vervolgens berekenen we de waarde van het getal k .

Kies in het F5 menu de functie Calculate (rekenen), selecteer de waarde van $|AP|$ (druk op **ENTER** als het getal knippert), dan de waarde van $|AB|$ (druk op **ENTER** als het getal knippert) en druk dan op \div . Verplaats nu met de cursortoetsen de waarde van k (en druk op **ENTER** als je de gewenste positie hebt bereikt).



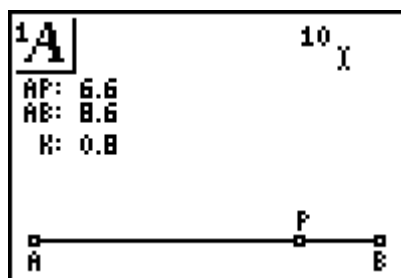
Ga nu door verplaatsing van het punt P (selecteren en op **[ALPHA]** drukken) na dat de waarde van k inderdaad zo verandert als je in Opdracht 2 hebt vermeld.

De rekenmachine die in Cabri[®] Jr. is ingebouwd, is (helaas) van de meest eenvoudige soort. Een uitdrukking als $10k - 5$ kan je *niet* in één keer berekenen.

Je kan de hoofdbewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) slechts op *twee* getallen uitvoeren. Je hebt dus meestal tussenantwoorden nodig (die ook op het scherm moeten worden geplaatst).

Omdat we de lengte van AB ook wel zouden willen veranderen, zetten we eerst het getal 10 op het scherm (met Alph-Num).

Kies die functie weer in het F5 menu en druk daarna op **[ALPHA]**. Met dit laatste wordt nu Num-Lock aangezet (je wilt immers een *numerieke* waarde op het scherm zetten).



Zet er eventueel weer commentaar bij (L:). Nu moeten we dat getal 10 met k vermenigvuldigen

Kies weer Calculate. Wijs dan de te gebruiken getallen aan (10 en het getal dat k weergeeft) en druk voor het resultaat van de vermenigvuldiging op **[x]**. Plaats het tussenantwoord links op het scherm.

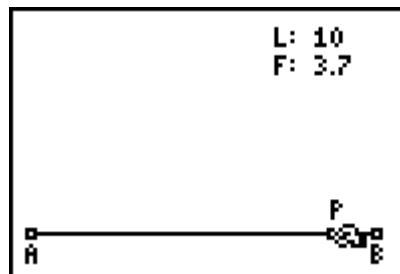
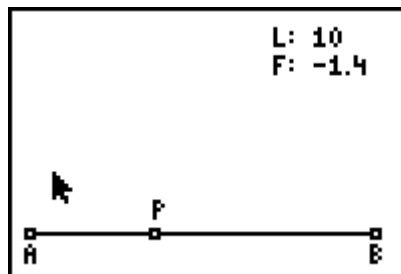
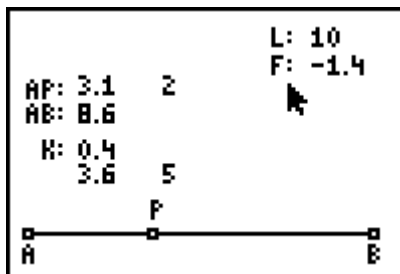
En van dat getal trekken we 5 af. Maar waar halen we die 5 vandaan? Zetten we die ook op het scherm, zoals we dat met 10 deden?

Zoals je in Opdracht 2 hebt gezien, ligt de waarde van f tussen -5 en 5.

De 5 in de formule $f = 10k - 5$ zorgt daarvoor; het is de helft van L (de helft van 10 dus).

We kunnen daarom beter de waarde van $L/2$ berekenen (weer met Calculate) om aan die 5 te komen.

Maak dan nu de figuur af zoals hieronder in de linker illustratie staat.



En dan is het nog een kwestie van *verbergen* van de getallen en de tekst die we niet meer nodig hebben (via F5 | Hide/Show); zie de middelste figuur hierboven.

Ga nu na dat voor de waarden van f (of F op het scherm) inderdaad geldt: $-5 \leq f \leq 5$.

Verplaats daartoe het punt P (zie hierboven, rechts).

We hebben op deze manier een zogenoemde **getalbalk** geconstrueerd; een getalbalk is dus een lijnstuk met een punt erop, waarmee we op het scherm getallen uit een (door ons zelf te bepalen om 0 symmetrisch) interval kunnen produceren.

Verstandig!

Bewaar de figuur zoals je die nu hebt, in een bestand. Druk daartoe op $\boxed{Y=}$ (F1 menu) en kies **Save as...** Je krijgt dan een venster waarin je een naam kan typen (maximaal acht tekens, waarvan het eerste teken een letter moet zijn). Sluit de getypte naam af met het drukken op \boxed{ENTER} .

Wil je in de naam cijfers gebruiken, druk dan op \boxed{ALPHA} .

Kijk nu ook eens wat er gebeurt als je de waarde van L op je scherm verandert in bijvoorbeeld 7.

Kies hiervoor weer Alph-Num in het F5 menu. Verplaats de wijzer naar het getal 10; plaats de wijzer direct rechts van de 0 en druk op \boxed{ENTER} . Druk dan twee keer op \boxed{DEL} (waarmee de 0 en de 1 worden gewist. Druk vervolgens op $\boxed{7}$ en sluit af met \boxed{ENTER} . Schakel de functie Alph-Num uit door op \boxed{CLEAR} te drukken.

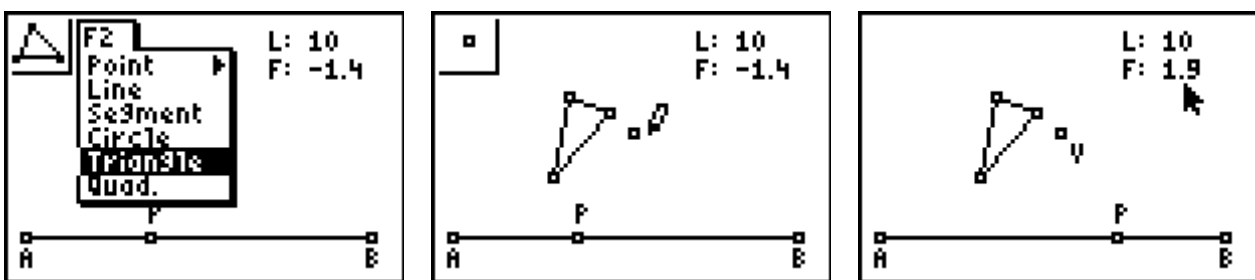
☞ Welke waarden kan F nu aannemen?

Vermenigvuldigen van figuren

Opdracht 4

We gaan nu de tekening met de in Opdracht 3 geconstrueerde getalbalk (met $L = 10$, maar $L = 7$ mag ook) uitbreiden.

Kies daartoe in het F2 menu de functie Triangle (driehoek). Verplaats de wijzer naar een positie links van het midden van het scherm en teken een kleine *willekeurige* driehoek (*willekeurig* wil hier zeggen: geen rechthoekige, geen gelijkbenige of gelijkzijdige driehoek).



Teken rechts naast de driehoek, ongeveer in het midden van het scherm een punt (dat we de naam V zullen geven).

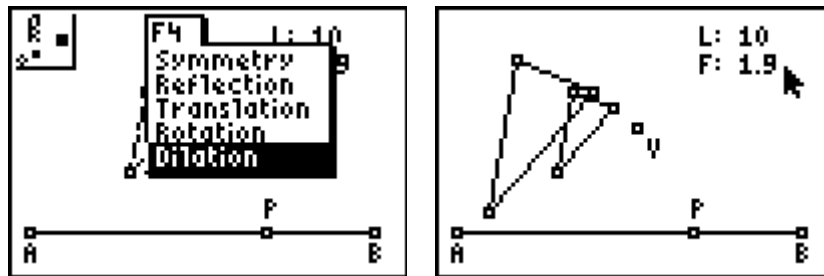
Maak vervolgens, door P op de getalbalk te verplaatsen, de waarde van F gelijk aan 1,9.

Opdracht 5

Kies nu in het F4 menu (het zogenoemde Afbeeldingen-menu) de functie **Dilation**. *Dilation* is de Engelse term voor wat wij (figuur)vermenigvuldiging (of homothetie) noemen.

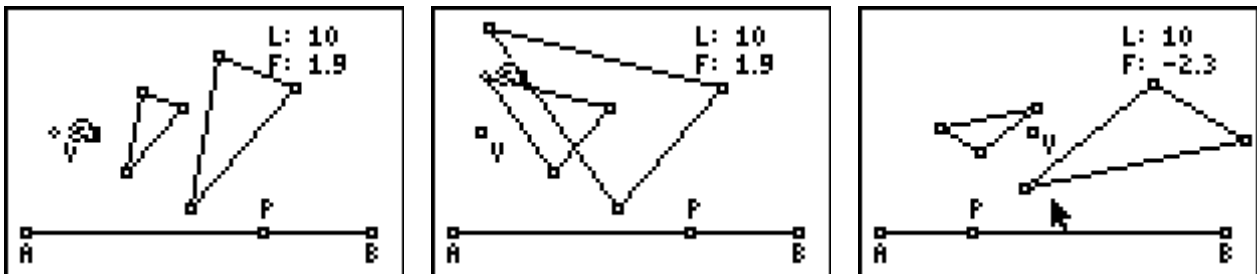
Deze vermenigvuldiging tekent, uitgaande van de zojuist getekende driehoek (ook wel origineel genoemd), een nieuwe driehoek (het beeld van het origineel). Daarbij wordt het punt V gebruikt. Het heet dat in dit geval het vermenigvuldigingscentrum, kortweg ook centrum. We gebruiken ook de waarde van F, de vermenigvuldigingsfactor, kortweg de factor.

Verplaats de wijzer nu eerst naar de driehoek. Druk, als alle zijden daarvan knippen, op **[ENTER]**. Verplaats de wijzer dan naar het punt V , druk weer op **[ENTER]**, en verplaats de wijzer tenslotte naar de waarde van F . Druk, als die waarde knippert, opnieuw op **[ENTER]**. Druk op **[CLEAR]** als je klaar bent.



Druk op **[CLEAR]** om de functie Dilation uit te zetten.

Verplaats nu de wijzer naar het punt V en druk op **[ALPHA]**. De wijzer verandert dan in een *hand*. Verplaats het punt V naar verschillende posities op het scherm en kijk wat er gebeurt.



Druk op **[CLEAR]** en verplaats de wijzer naar een hoekpunt van het origineel. Druk op **[ALPHA]** en verplaats dat hoekpunt.

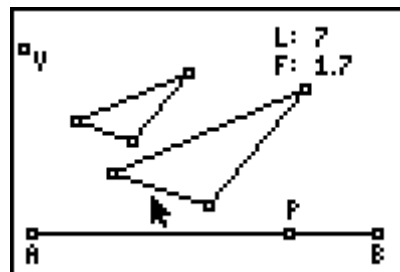
Kijk ook nu naar het effect daarvan op de beelddriehoek.

Druk op **[CLEAR]** en verplaats de wijzer naar het punt P (op de getalbalk). Druk op **[ALPHA]** en kijk naar het effect van de verandering van de waarde van F op de beelddriehoek.

- ☞ Beschrijf zo nauwkeurig mogelijk wat er gebeurt als F negatief is?
- ☞ En wat als F gelijk is aan 0?

Verder onderzoek

Opdracht 6



Plaats de verschillende objecten op het scherm ongeveer zoals ze in bovenstaande figuur staan. Geef F de waarde 1,7 (of een andere waarde, maar geen geheel getal en niet te groot). Kies dan in het $F5$ menu de optie Measure, druk op **[>]** voor het Meten-menu. Kies daarin de functie D.&Length (afstand&lengte).

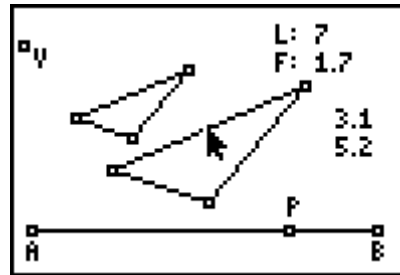
Het beeld van een zijde van het origineel vinden we natuurlijk terug in het beeld van de driehoek. Hetzelfde geldt ook voor een hoek van het origineel. Zulke objecten noemen we in dit geval overeenkomstige objecten.

Ga nu met de wijzer naar een zijde van het origineel, wacht tot alleen die zijde knippert en druk op **[ENTER]**.

Verplaats het getal met de cursortoetsen naar een geschikte positie op het scherm en druk weer op **[ENTER]**. Je hebt nu de lengte van die zijde gemeten.

Meet ook de lengte van overeenkomstige zijde in de beelddriehoek.

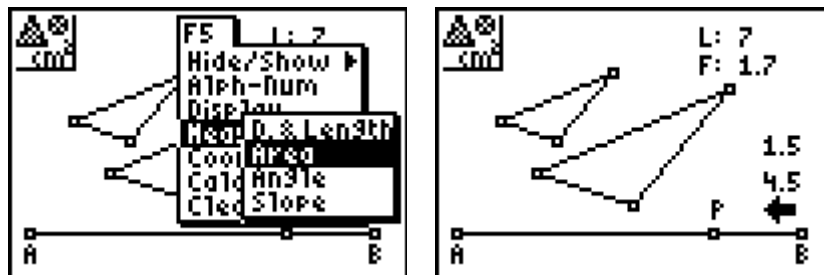
Druk op **[CLEAR]** als je dat gedaan hebt.



Noemen we de lengte van de zijde van het origineel a en de lengte van de ermee overeenkomstige zijde a' , dan is er een verband (relatie) tussen a , a' en f (de waarde van F op het scherm).

- ☞ Welk verband (welke relatie) is dat? Formule!
- ☞ Ga na dat er ook zo'n verband is tussen lengtes van de andere overeenkomstige zijden (noem ze b en b' , c en c'). Geef weer formules.

Met Cabri[®]Jr. kan je ook de oppervlakte van een op het scherm staande driehoek meten. Dat gaat met de functie Area in het Meten-menu.



Kies nu de functie Area en meet de oppervlakte van het origineel en van het beeld.

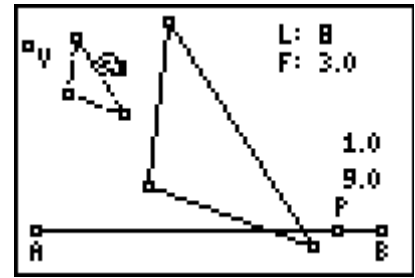
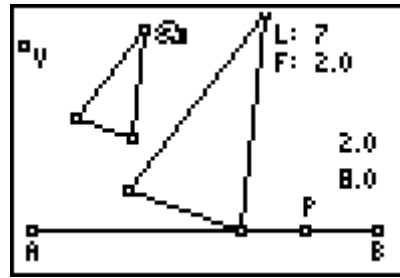
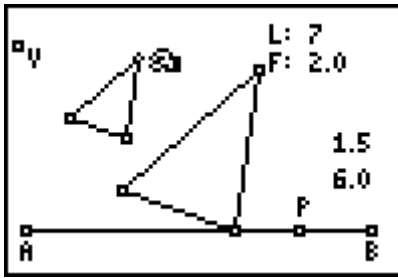
Ook nu is er een relatie tussen O (de oppervlakte van het origineel), O' (de oppervlakte van het beeld) en het getal f .

- ☞ Geef een formule voor die relatie.

Opmerking

De rekenmachine van Cabri[®]Jr. werkt intern met slechts 2 decimalen. Op het scherm wordt die waarde echter afgerond op 1 decimaal. De resultaten van de metingen lijken daarom soms wat onnauwkeurig.

Daarom is het aan te raden om voor verschillende waarden van f (en dat kan je gemakkelijk voor elkaar krijgen door P te verplaatsen) naar het verband tussen O , O' en f te zoeken. Kijk bijvoorbeeld eens naar (schijnbaar) gehele waarden van het getal f . En bijvoorbeeld ook naar (schijnbaar) 'gehele' waarden van O .

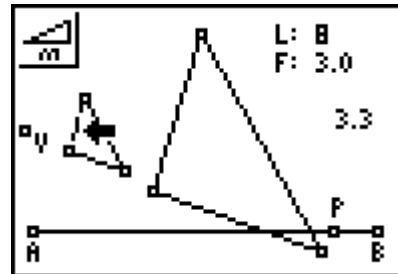
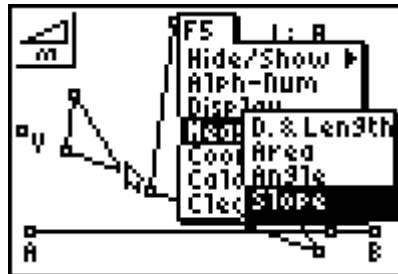


☞ Geldt de gevonden relatie tussen O , O' en f ook als f negatief is? Verklaar je antwoord.

Opdracht 7

Een handige functie binnen Cabri[®] Jr. is in dit verband ook Slope. Met Slope kan je de helling van een lijn (of een lijnstuk) meten ten opzichte van de horizontale richting. Je meet dus de richtingscoëfficiënt, vaak afgekort tot rico of r.c., van de lijn.

Kies in het F5 menu via de optie Measure de functie Slope.



Verplaats de wijzer naar een zijde van het origineel en druk op **[ENTER]**. Verplaats het gemeten getal naar een geschikte positie op het scherm en druk opnieuw op **[ENTER]**.

In de rechter figuur hierboven staat deze rico (het getal 3,3) op het scherm.

Verplaats vervolgens de wijzer naar de overeenkomstige zijde in de beeld driehoek en meet ook nu de rico van die zijde.

☞ Wat valt je op?

Verplaats ook het punt V over het scherm.

☞ Wat kan je in dit verband zeggen van de rico's van overeenkomstige zijden?

Wat weet je 'dus' van die overeenkomstige zijden?

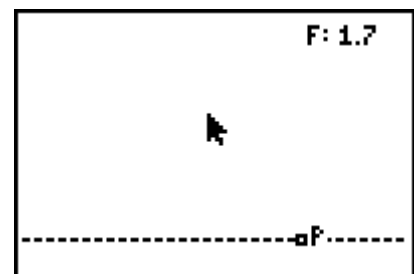
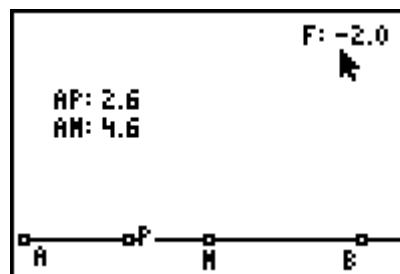
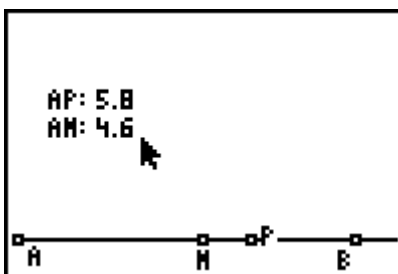
☞ Wat kan je hieruit dan concluderen met betrekking tot overeenkomstige hoeken in origineel en beeld?

Extra

Opdracht 8

In Opdracht 3 heb je een getal balk geconstrueerd die gebaseerd was op Opdracht 2. We kunnen ook een getal balk maken die gebaseerd is op Opdracht 1.

We geven daarvoor hieronder (kort) de noodzakelijk instructies.



Teken onderaan het scherm een lijn (via F2 | Line). Plaats het eerste punt van de lijn uiterst links en het tweede punt uiterst rechts (we geven deze punten aan met A , B).

Teken via (F2 | Point) een punt M op die lijn, ongeveer midden tussen A en B , en teken rechts van M een punt P .

Kies nu in het Meten-menu voor D.&Length en meet daarmee $|AP|$ en $|AM|$.

Bereken (met F5 | Calculate) de waarde van $m = |AP| - |AM|$ en plaats die waarde linksboven in het scherm (ook nu op het scherm aangegeven met F:).

Verberg daarna de overbodige objecten.

Opmerking

In de rechter illustratie hierboven is de lijn (AB) gestippeld weergegeven. Dat is gedaan via de functie Display in het F5 menu.

- ☰ Wat is de grootste waarde van F die je op deze manier kunt bepalen?
En wat is de kleinste waarde van F?
- ☰ Beschrijf enkele (opmerkelijke) verschillen tussen de getalbalk die je in deze opdracht gemaakt hebt, en de getalbalk uit Opdracht 3.