

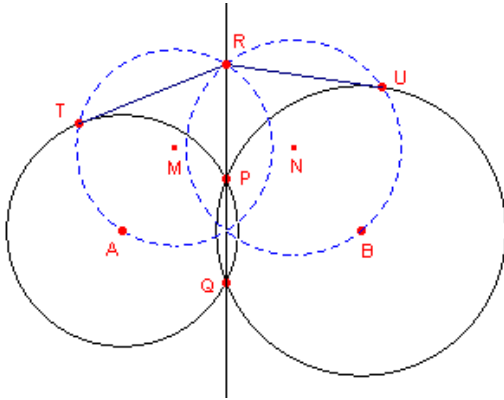
Cabri-werkblad

Machtlijn van twee cirkels

Opdracht 1

- Teken een cirkel met middelpunt A en een cirkel met middelpunt B die elkaar snijden in de punten P en Q.
- Teken ook de lijn PQ.
- Kies nu een punt R op deze lijn via “Punt op object” in het *Punt*-menu (ook wel *Teken1*-menu genoemd). Het punt R heeft een bijzondere eigenschap die we in Opdracht 2 verder zullen onderzoeken.

figuur 1



Voordat we dat doen, maken we echter eerst een macro die de **raaklijnstukken** uit R aan beide cirkels tekent (we doen dat omdat we zulke raaklijnstukken verderop ook nodig zullen hebben; zie eventueel ook **Teachers Info** nummer 15 van mei 1999).

- Construeer het midden M van AR en het midden N van BR met de functie “Midden” in het *Construeer*-menu (*Construeer1*-menu).
- Teken de cirkel met middelpunt M die door A gaat en de cirkel met middelpunt N die door B gaat.
- Bepaal vervolgens de snijpunten T en U (zie figuur 1).
- Teken de lijnstukken RT en RU, de raaklijnstukken.

We leggen vervolgens de macro vast.

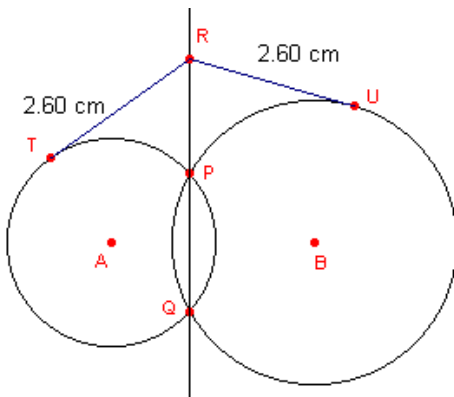
- Verberg daartoe eerst de punten M en N en de twee cirkels die daarbij horen.
- Kies: “Beginobjecten” in het *Macro*-menu.
- Wijs aan: het punt R aan, en daarna beide cirkels.
- Kies: “Eindobjecten” in het *Macro*-menu.
- Wijs aan: het lijnstuk RT en daarna het lijnstuk RU.
- Kies: “Definieer macro” in het *Macro*-menu. In het aparte menu kunnen we dan de naam van de macro (bijvoorbeeld “Raaklijnstukken”) vastleggen. Eventueel kunnen we de macro in een bestand opslaan.

Opdracht 2

- Kies: “Afstand en lengte” in het *Reken*-menu (dit menu wordt ook wel *Meet2*-menu genoemd).
- Wijs aan: het lijnstuk RT en vervolgens het lijnstuk RU.
- Selecteer vervolgens het punt R en verplaats het punt R over de lijn PQ.

Wat merk je op aan de lengtes van beide lijnstukken?

figuur 2



Je kunt ook de cirkel B of de cirkel A vergroten of verkleinen (maar de cirkels moeten elkaar wel blijven snijden; waarom?).

De lijn PQ heet de **machtlijn** van de snijdende cirkels. Elk punt van die machtlijn heeft de eigenschap dat de raaklijnstukken uit een punt aan de beide cirkels gelijke lengte hebben. We zeggen ook wel:

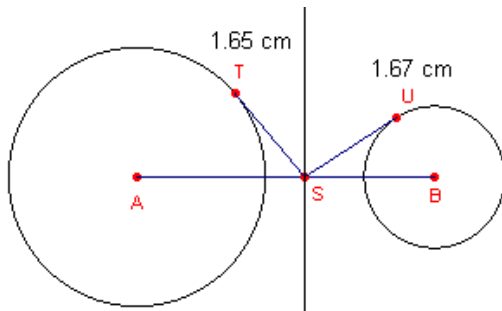
“De meetkundige plaats van de punten met gelijke raaklijnstukken aan twee cirkels is de machtlijn van die cirkels”.

In de laatste zin komt het woordje “snijdende” niet voor. Geldt die eigenschap dan ook voor niet-snijdende cirkels? We gaan op onderzoek.

Opdracht 3

- Kies een nieuw werkblad.
- Teken twee niet snijdende, buiten elkaar gelegen, cirkels met middelpunten A en B.
- Teken het lijnstuk AB en teken daarop, met de functie “Punt op object” uit het *Punt*-menu, het punt S.
- Kies: “Raaklijnstukken” onderaan in het *Macro*-menu.
- Wijs aan: het punt S en vervolgens beide cirkels.
- Bepaal de lengte van deze raaklijnstukken met “Afstand en lengte” in het *Reken*-menu.
- Verplaats nu het punt S op AB zo, dat beide lengtes (bij afronding op 1 decimaal) aan elkaar gelijk zijn. Als je meer gelijke decimalen kunt krijgen is dat natuurlijk beter!

figuur 3



We hebben nu een punt (het punt S) gevonden dat op de machtlijn van beide cirkels ligt.

Opdracht 4

Verplaats het punt S nu niet meer!

- Teken de loodlijn in S op het lijnstuk AB (met de functie “Loodlijn” in het *Construeer*-menu).
- Kies op de loodlijn nu het punt R en teken de raaklijnstukken uit R aan beide cirkels.
- Bepaal ook de lengte van die stukken.
- Verplaats het punt R over de loodlijn.

Wat valt je nu (weer) op bij de lengtes van de raaklijnstukken?

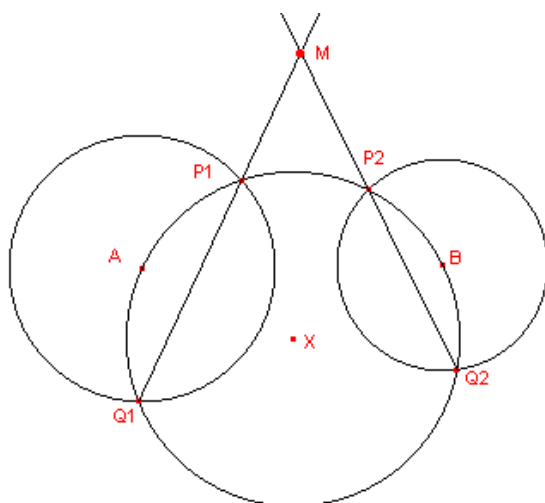
De getekende loodlijn is dus de machtlijn van beide cirkels.

Opdracht 5

In opdracht 4 hebben we de machtlijn “proefondervindelijk” gevonden. We zullen nu een constructie van de machtlijn proberen te vinden (we doen dat in opdracht 6).

Bekijk daartoe eerst de volgende figuur.

figuur 4



Daarin staan weer de cirkels A en B. De derde cirkel met middelpunt X gaat door de punten A en B.

- Ga met behulp van een Cabri-figuur na, dat bij wijziging van de positie van de cirkels A en B, de cirkel X steeds een snijdende cirkel is.

Het punt M (het snijpunt van twee machtlijnen van snijdende cirkels) bestaat dus steeds.

Bewijs nu dat de lengtes van de raaklijnstukken uit M aan de cirkels A en B gelijk zijn.

Dus: M ligt op de van de cirkels A en B.

- Ga het bovenstaande na met behulp van een Cabri-figuur (kies daartoe eerst een nieuw werkblad). Het punt M heet het **machtpunt** van de drie cirkels.

Opdracht 6

We gaan er nu van uit dat de cirkels A en B al op een (nieuw) werkblad staan.

- Teken het lijnstuk AB.
- Teken de middelloodlijn van het lijnstuk AB en kies hierop het punt X.
- Teken met behulp van de cirkel X (die gaat door het punt A, en dus ook door het punt B) de machtlijn P_1Q_1 van de cirkels A en X en de machtlijn P_2Q_2 van de cirkels B en X.
- Teken het punt M.
- Teken de loodlijn uit M op AB.

Bewijs nu dat deze loodlijn de machtlijn is van de cirkels A en B.

- Ga na, dat de machtlijn steeds door de snijpunten van de cirkels A en B gaat door verplaatsing van (bijvoorbeeld) het punt B.

Opdracht 7

Maak een macro die het machtpunt van drie gegeven cirkels tekent.