

TI-83 Werkblad

bij Moderne Wiskunde A1, deel 1 - Hoofdstuk A2, Extra A (pag. 60)

Een busmaatschappij

Een busmaatschappij verzorgt het openbaar vervoer in een grote stad.

Voor de jaarlijkse bedrijfsvoering zijn onder andere de volgende gegevens van belang.

- 1 De busmaatschappij heeft elk jaar 90 miljoen gulden nodig voor investeringen.
- 2 q is het aantal passagiers per jaar in miljoenen.
- 3 Het aantal personeelsleden dat nodig is voor het vervoer van q miljoen passagiers, is gelijk aan $A = \frac{1}{4}q^2$.
- 4 Een personeelslid kost het bedrijf (gemiddeld) 100.000 gulden per jaar.
- 5 De gemiddelde ritprijs is 4 gulden per passagier.

De kostenfunctie, dat is de formule waarmee je de kosten K van het bedrijf per jaar kunt uitrekenen, is

$$K(q) = \frac{q^2}{40} + 90.$$

Hierbij wordt K uitgedrukt in miljoenen gulden.

- a. Leg uit dat uit de gegevens volgt, dat de personeelskosten $\frac{q^2}{40}$ miljoen gulden per jaar zijn.
- b. In 1994 waren er 25 miljoen passagiers.
Wat waren de kosten in dat jaar?
Wat was de opbrengst in dat jaar?
Was er sprake van winst of verlies voor de maatschappij? En hoeveel was dat?
- c. Leg uit dat voor de opbrengst O in het algemeen geldt, dat $O(q) = 4q$.
Hierbij wordt O uitgedrukt in miljoenen gulden.
- d. Plot de grafieken van K en O in één assenstelsel.
Zoek daarna uit voor welke waarde(n) van q de busmaatschappij winst maakt.
- e. Gebruik de plot voor een schatting van de waarde van q waarvoor de winst van de busmaatschappij maximaal is.
- f. Stel een functie (formule) op voor de winst W . Dus $W(q) = \dots$
Bereken de maximale winst.

Bij vraag d.

Bij het plotten van een dergelijke functie moet je je realiseren, dat de GR alleen kan werken met de x als variabele.

De functie $K(q)$ schrijven we dus als $K(x) = \frac{x^2}{40} + 90$ en de functie $O(q)$ als

$$O(x) = 4x.$$

Voer de functies K en O nu in via het [Y=] scherm. (>>>>)

```
Plot1 Plot2 Plot3
Y1 X^2/40+90
Y2 4X
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =
```

Voordat je de grafieken gaat plotten, zeker als je uit de grafiek gegevens moet aflezen (zie vraag e), is het zaak je af te vragen welke intervallen voor x en y je moet gebruiken.

De instellingen daarvan vind je in het [WINDOW]-menu van de GR.

Meestal kan je deze instellingen afleiden uit eerder beantwoorde vragen.

Zie bijvoorbeeld vraag b, waarin je de waarde van K hebt uitgerekend voor $x = 25$ (waarde 105,6).

Kies daarom voor x waarden tussen 1 en 50 en voor y waarden tussen 1 en 150.

```
WINDOW
Xmin=1
Xmax=50
Xscl=1
Ymin=1
Ymax=150
Yscl=1
Xres=1
```

Voor welke waarden van x (dat zijn ook de waarden van q) snijden de grafieken K en O elkaar?
Gebruik hierbij de [TRACE]-functie van de GR.

Bereken de waarden van K en O voor $x = 27,06$.

Wat is de betekenis van deze waarde van q in termen van winst en verlies voor de busmaatschappij?

Bepaal (bereken) ook een tweede waarde van x waarvoor $K(x)$ en $O(x)$ gelijke waarden hebben.

Aanwijzing

[1]
Vergroot de waarden van Xmax en Ymax in het [WINDOW]-menu van de GR zo, dat de beide snijpunten van de grafieken in het grafisch venster zichtbaar zijn en gebruik dan opnieuw de [TRACE]-functie.

[2]
Je kunt ook de vergelijking

$$\frac{x^2}{40} + 90 = 4x \text{ of } x^2 - 160x + 3600 = 0$$

oplossen met behulp van de abc-formule.

Bij vraag e.

Schets de beide grafieken op papier een geef op de x -as aan voor welke waarden van x er sprake is van winst voor de busmaatschappij.

Geef in deze grafiek ook aan waar (voor welke waarde van x), volgens jou, de grootste winst wordt gemaakt. Maak die waarde ook zichtbaar in deze schets.

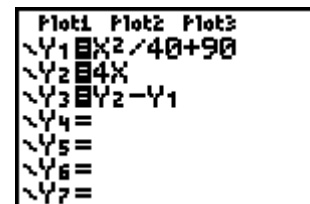
Bereken de winst voor de waarden $q = 79$, $q = 80$ en $q = 81$.

Hoe kan je deze waarden van q uit de grafiek van K en O afleiden?

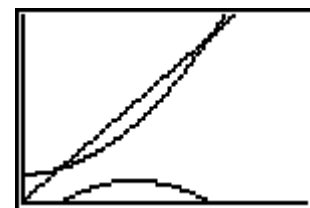
Bij vraag f.

Bedenk, dat de winst wordt berekend door de opbrengst te verminderen met de kosten.

Je kan de winstfunctie ook invoeren in het [Y=]-scherm.



Als je daarna de drie grafieken plot, dan krijg je iets als (>>>>)



Wat is de naam (het type) van de grafiek van de winstfunctie?

Waar vind je het maximum van een dergelijke functie?

Aanwijzing

Gebruik opnieuw de [TRACE]-functie.

Je kan nu erg goed gebruik maken van de [TABLE]-functie van de GR om de maximale waarde van de winst te laten berekenen.

Gebruik daarbij het [TBLSET]-menu voor de instellingen.

X	Y2	Y3
40	160	60
50	200	47.5
60	240	60
70	280	67.5
80	320	70
90	360	67.5
100	400	60

Y3=30

Natuurlijk moet je de maximale waarde van de winst kunnen bepalen via de formule van de winstfunctie.

Doe dat dus ook, want dat is eigenlijk de vraag.