

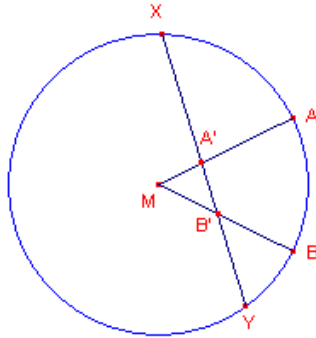
# Cabri-werkblad

## Trisectie van een koorde

### Formulering van het probleem

Op een cirkel liggen twee vaste punten A en B. We willen een koorde XY van de cirkel tekenen die door de lijnstukken MA en MB in drie gelijke stukken wordt gedeeld (dit heet ook wel *trisectie*).

figuur 1



- Kies een nieuw Cabri werkblad en teken een cirkel met middelpunt M.
- Teken A en B met de functie "Punt op object" in het *Teken*-menu.
- Teken ook X en Y met deze functie.
- Teken het lijnstuk XY en bepaal met de functie "Snijpunten" in het *Punt*-menu de snijpunten A' en B' van XY met opvolgend MA en MB.

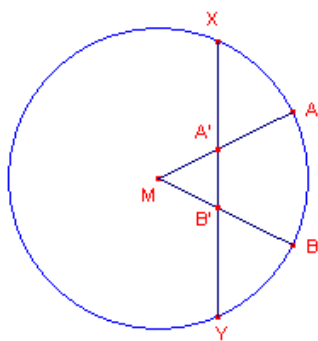
Cabri kent een functie waarmee je lengtes van lijnstukken kan bepalen. Deze functie, "Afstand en lengtes" vind je als eerste functie in het *Berekeningen*-menu (derde menu van rechts).

- Selecteer met deze functie het punt X (Afstand van dit punt) en selecteer daarna het punt A' (tot dit punt). Verplaats daarna de berekende waarde met de functie "Wijs aan" naar een buiten de tekening liggende plaats op je het werkblad.
- Doe hetzelfde voor de lijnstukken A'B' en B'Y.
- Verplaats nu X en Y over de cirkel en bekijk daarbij de verandering in de afstanden.

Bij het uitvoeren van de laatste opdracht heb je natuurlijk al geprobeerd de punten X en Y zo te plaatsen, dat  $XA' = A'B' = B'Y$ .

Als dat niet direct gelukt is, probeer dan eerst de positie van X en Y zo te bepalen, dat  $XA' = B'Y$  (dat is iets gemakkelijker).

figuur 2



$XA' = 1.7$  cm  
 $A'B' = 0.9$  cm  
 $B'Y = 1.7$  cm

### Opdracht 1

Als  $XY \parallel AB$ , dan is  $XA' = B'Y$

Bewijs dit.

*Aanwijzing*

Kijk eens naar de driehoeken AXB' en BYA'.

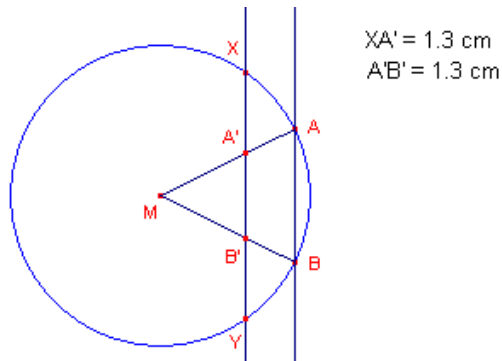
### Anders zoeken

Mogelijk dat je uit opdracht 1 een andere manier van zoeken naar de juiste positie van X (en daardoor ook van Y) kunt afleiden.

We geven hieronder in ieder geval een manier die aansluit bij opdracht 1.

- Selecteer het punt Y, en druk op de [Del]-toets (hiermee wordt een groot deel van je tekening gewist).
- Teken de lijn AB.
- Teken door het punt X de lijn die evenwijdig is met AB met behulp van de functie “Evenwijdige lijn” in het *Constructie*-menu.
- Bepaal de snijpunten A', B' en Y met opvolgend MA, MB en de cirkel.
- Bepaal de afstand tussen de punten X en A' en tussen A' en B'
- Verplaats nu het punt X over de cirkel totdat  $XA' = A'B' = B'Y$ .

figuur 3



Natuurlijk is dit niet de juiste manier van construeren van het punt X (en het punt Y). Er is in de eerste plaats sprake van een *benaderde* ligging van het punt X op de cirkel.

**Maar er is meer.**

Als je het punt A een andere positie op de cirkel geeft, dan moet het hele zoekproces opnieuw beginnen! Wat we natuurlijk willen, is een voorschrift (we noemen zo iets ook wel eens een *algoritme*) die bij *iedere* ligging van de punten A en B, de koorde tekent.

**Opdracht 2**

Bij het opstellen van een dergelijk algoritme moeten we natuurlijk de punten A en B (en daardoor ook de lijn AB) betrekken.

Daarnaast hebben we het punt M.

De vraag is nu dus: “Kunnen we, uitgaande van het punt M en de punten A en B, de ligging van het punt X vaststellen (construeren)?”

Hebben we X eenmaal, dan is Y natuurlijk snel gevonden.

Wat kunnen we dus nog meer doen, dan het tekenen van de lijn AB?

Ga enkele (in ieder geval ten minste twee) mogelijkheden na en geef een korte beschrijving van je overwegingen.

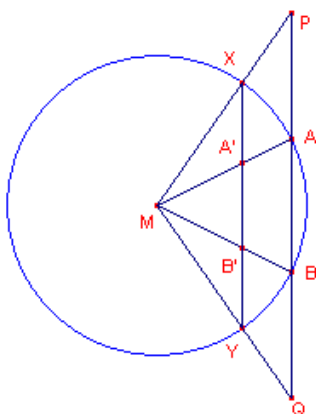
**NB.**

**Werkt eerst opdracht 2 uit voor je verder leest!**

**De constructie**

Kijk nu eens naar figuur 4, die getekend is op basis van een constructie waarbij we de ligging van het punt X door “proberen” hebben vastgesteld (als in de paragraaf “Anders zoeken”).

figuur 4



**Opdracht 3**

- We weten nu, dat  $XA' = A'B' = B'Y$  en we weten ook, dat  $XY \parallel AB$ . Bewijs nu, dat  $PA = AB = BQ$ .

- b. Mogen we deze eigenschap ook omdraaien?  
Met andere woorden:  
We weten, dat  $PA=PB=PC$  en dat  $PM$  en  $QM$  de cirkel opvolgend snijden in  $X$  en  $Y$ .  
Kan je nu bewijzen dat  $XA'=A'B'=B'Y$ ?  
Probeer het eens!  
*Aanwijzingen*  
Wat voor soort driehoek is  $MPQ$ ?  
Zijn de driehoeken  $MXY$  en  $MPQ$  gelijkvormig?  
Waarom is  $XY \parallel AB$ ?

Op basis van opdracht 3, onderdeel b, kan je nu wel aangeven hoe je de punten  $X$  en  $Y$ , bij willekeurige ligging van de punten  $A$  en  $B$ , kan construeren.

#### Opdracht 4

- a. Voer een dergelijke constructie uit met behulp van Cabri.  
*Aanwijzing*  
De punten  $P$  en  $Q$  kunnen (bijvoorbeeld) worden gevonden met gebruikmaking van de functie "Puntspiegeling" in het *Afbeeldingen*-menu.
- b. Beschrijf kort hoe je de constructie hebt uitgevoerd.

#### Tenslotte

De onderstaande opdracht is facultatief.

#### Opdracht 5

- a. Ga na bij welke ligging van  $A$  en  $B$  op de cirkel er geen oplossing van het probleem is.
- b. Maak een macro waarmee je op basis van de punten  $A$  en  $B$  op een cirkel de koorde  $XY$  direct kan tekenen.